ПРИЛОЖНА ЛОГИКА

ДОРОТЕЯ АНГЕЛОВА*

ПРИЛОЖЕНИЕ НА РАЗМИТАТА ЛОГИКА И РАЗМИТИЯ ХИПЕРКУБ В МЕДИЦИНАТА

Abstract: Fuzzy sets and fuzzy logic provide adequate logical means for incorporating vague medical terms and statements into logical reasoning. In this regard, I will try to justify the potential of fuzzy logic as well as of a specific semantic approach that I have constructed for the correct analysis, interpretation and solving of the problem of higher-order vagueness, which appears in medicine. Another main focus of the article is the presentation of the role of the fuzzy hypercube for the geometric interpretation of medical terms and states.

Keywords: fuzzy logic; fuzzy sets; medicine; fuzzy hypercube; vagueness; heterogeneous approach.

Теорията на размитите множества и размитата логика намират все по-голямо приложение[1] в полето на медицината. Основната причина е фактът, че те предоставят адекватни логически средства за включване на *неопределени* медицински понятия[2] и твърдения (респективно състоянията, към които те реферират) в логически разсъждения.

В настоящата статия ще представя ролята на размития хиперкуб в медицината, както и някои възможни, според мен, приложения на размитата пропозиционна логика в тази сфера. Ще се опитам да обоснова потенциала на визираната логика в съчетание с друг некласически логически подход да допринесе за адекватното анализиране, коректното интерпретиране и разрешаването на проблема за *неопределеността от по-висок ред*, който по мое мнение се появава в медицината.

Размити множества

Преди да премина към основните цели, които си поставям в статията, ще припомня накратко какво представялават размитите множества и как се отнасят към неопределените медицински понятия. Тъй като съм писала подробно[3] за ролята им в сферата на медицината (вж. Ангелова 2021), в този параграф само ще скицирам основните им характеристики. Като цяло ще се стремя там, където е възможно в текста да обясня формалния апарат на съ-

* Доц. д-р в ИФС, БАН. Email: teiaang@yahoo.com

[1] Подробно по този въпрос съм писала в (Ангелова 2021).

[2] Неопределени понятия са онези, чиито референт не е точно определен. За неопределеното понятие P има обекти, които със сигурност са негови референти, и други, които са референти на неговото отрицание ¬P, но същевременно са налице обекти, за които не може категорично да се твърди, че са референти на P или на ¬P. (вж. Ангелова 2020: 15–16).

[3] Настоящата статия и статията (Ангелова 2021) са тематично свързани.

държателен език и да го представя по максимално достъпен и лесен за възприемане начин.

Размитата теория на множествата представлява некласическо разширение на класическата теория на множествата (Sadegh-Zadeh 2012: 1003). В класическата теория на множествата (Zadeh 1965: 339) функцията за принадлежност *f* на елемент, например *x*, към множество *A*, има две стойности 1 (истина) и 0 (лъжа). Тоест, ако елементът *x* принадлежи на множеството *A*, записваме $f_A(x)=1$, а ако не принадлежи – $f_A(x)=0$ (Ibid.). За разлика от класическото множество, функцията за принадлежност[4] в едно размито множество има за стойности реалните числа от интервала [0,1]. С цел уеднаквяване на символизация, в статията нататък функцията *f* ще обозначавам с μ. В теория на размитите множества (вж. Sadegh-Zadeh 2012: 996, 1000–1001) $\mu_A(x)=r$ или $\mu(x, A)=r$ означава, че *x* принадлежи на *A* до степен *r*, като *r* е реално число от [0, 1]. Основните[5] операции с размитите множества се представят по следния начин: $\mu_{A\cap B} = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$, $\mu_{A\cup B} = \max (\mu_A(x), \mu_B(x))$ (вж. Limberg, Seising 2009: 323; Sadegh-Zadeh 2012: 1006); допълнението[6] (отрицанието) A^c на размитито множество A е: $\mu_{A^c} (x) = 1-\mu_A(x)$ (Limberg, Seising 2009: 322). Съдържателни примери за тези операции съм разгледала в (Ангелова 2021).

Някои от основните медицински понятия, към които се прилага апаратът на размитата теория на множествата и на размитата логика, са: възпаление, пневмония, болест на Алцхаймер, шизофрения, стенокардия, здрав, болен, млад, гноен, треска, болка, хроничен и други (Sadegh-Zadeh 2012: 37). Ако има класическо множество *X* с елементи $x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$ и *A* е негово размито подмножество, то $A=\{(x_1, a_1), \ldots, (x_n, a_n)\}$ означава, че x_1 принадлежи на *A* до степен a_1, където a_1 е число от интервала [0, 1]; същото важи за останалите елементи.

За онагледяване на размитите множества и отношенията между тях Барт Коско използва размит хиперкуб[7] (вж. Kosko 1990). Този подход предоставя възможност за визуализиране на функциите за принадлежност, характерни за размитите множества.

За да обясня какво представлява размитият хиперкуб, преди това ще обърна внимание в най-общи линии на още някои понятия от теорията на множествата. Ако имаме едно класическо множество X, което има *n* елемента, то множеството на всички подмножества на визираното множество X съдържа 2^n елемента. Нека за илюстрация да разгледаме следния пример: имаме класическо множество $X=\{x_1, x_2\}$, т.е. множество с два елемента; множество-

---

[4] Повече по въпроса (вж. Ibid.).

[5] Някои символни означения в статията: ∩ сечение на множества; ∪ обединение на множества; &, ∧ конюнкция; ∨ дизюнкция; ⊃, → импликация; ~, ¬ отрицание.

[6] На англ. *complement* (оттук A^c).

[7] По сведенията на Садег-Заде (Sadegh-Zadeh 2012: 207) идеята за размит хиперкуб е на Лотфи Заде от 1971г. (Zadeh 1971: 486), която впоследствие е доразвита от Барт Коско.

то на всички подмножества на X, ще включва (самото множество) X, празното множество $\varnothing$ и $\{x_1\}$, $\{x_2\}$ (т.е. всеки елемент на X поотделно е подмножество). С други думи мощността (множеството на всички подмножества) на X ще е: $\{\{x_1, x_2\}, \varnothing, \{x_1\}, \{x_2\}\}$. Броят на елементите на множеството на всички подмножества на X е 4 (2^2). Ако например има класическо множество с три елемента, т.е. $X = \{x_1, x_2, x_3\}$, то множеството на всички подмножества на X ще съдържа освен самото множество, празното множество, и всеки елемент поотделно, представляващ отделно подмножество (като в предходния пример), но тук се включват като подмножества и всички комбинации на елементите на X, а именно: $\{x_1, x_2\}$, $\{x_2, x_3\}$, $\{x_1, x_3\}$. Така множеството на всички подмножества на X, съдържащо три елемента, е: $\{\{x_1, x_2, x_3\}, \varnothing, \{x_1\}, \{x_2\}, \{x_3\}, \{x_1, x_2\}, \{x_2, x_3\}, \{x_1, x_3\}\}$. Множеството на всички подмножества на X в случая има 8 (2^3) елемента. Съответно така се процедира и при (класическо) множество с *n* елемента – 2^n. Защо основата на последната формула е 2? Защото, казано по-просто[8], в класическата теория на множествата има *две* стойности за принадлежност (1 и 0), за разлика от размитата теория на множествата, където е налице континуум от такива стойности [0, 1]. Какво означава последното? В случая означава, че броят на елементите на множеството на всички *размити* подмножества на едно стандартно (класическо) множество X, съдържащо *n* елемента, е $[0, 1]^n$ (вж. Kosko 1990: 216). Множеството на всички *размити* подмножества на X е неизброимо (Sadegh-Zadeh 2012: 1007), защото, както се вижда, основата на формулата за степенуване тук е [0, 1], а този интервал включва неизброим брой реални числа.

Размит хиперкуб

Според Коско множеството на всички размити подмножества на X образува единичен хиперкуб и се визуализира чрез него. Единичен куб означава, че страната му е една единица. Единичният хиперкуб е n-мерен куб със страна 1. Трябва да се има предвид, че под *куб* не се има предвид единствено (популярния) триизмерен куб, с който обикновено боравим. Квадратът например е 2-мерен куб, отсечката е 1-мерен куб и т.н. С други думи, n-мерния хиперкуб е абстрактен[9] обект (вж. Ibid.: 207).

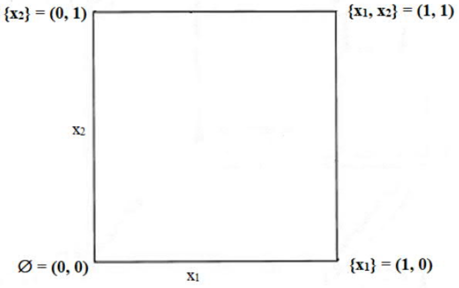
Единичният хиперкуб се обозначава с I^n . Респективно, множеството на всички *размити* подмножества на стандартно множество *X* с *n* елемента е $I^n = [0, 1]^n$ (вж. Kosko, 1990: 216). Така според Коско (X, I^n) е фундаментално измеримо пространство във финитната размита теория (Ibid.: 216). Ако се абстрахираме от техническия начин на записване и представяне на размитите множества и размития хиперкуб[10], казано на съдържателен език – всеки елемент ($x_1, \ldots, x_n$) на дадено стандартно множество *X* задава броя на

[8] Съществува богата литература, където читателят може да се запознае с чисто математическото представяне на разглежданите отношения.

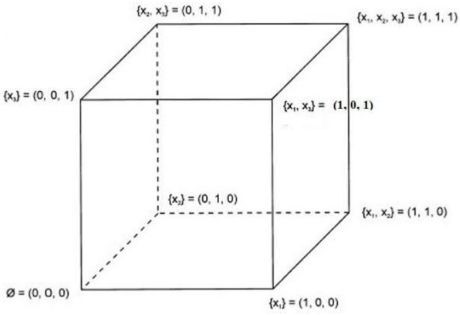
[9] Все пак в интернет пространството има много налични примери за визуализиране на такъв куб (дори когато n>3).

[10] За тях вж. (Kosko, 1990: 216-217) и (Sadegh-Zadeh 2012: 207–209).

измеренията на единичния хиперкуб. Ако например X има три елемента $\{x_1, x_2, x_3\}$, то ще имаме триизмерен единичен куб (фигура 2)[11]; ако X има два елемента $\{x_1, x_2\}$ – двумерен куб (фигура 1)[12]; ако има четири елемента $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ – четиримерен куб и т.н. Броят на елементите на *X* задават съответно и броя на координатните оси: ако *X* се състои от един елемент – ще е налице една координатна ос с дължина 1; ако има два елемента – две координатни оси с дължина 1; при три елемента – три координатни оси с дължина 1; при *n* елемента – *n* координатни оси с дължина 1. Дължината е единица, защото както вече споменах, тя визуализира затворения интервал [0,1] (затова говорим и за *единичен* хиперкуб). Върховете в един n-мерен хиперкуб са 2^n на брой (Sadegh-Zadeh 2012: 209). Последната формула, както обясних, представя броя на елементите на множеството на всички подмножества на дадено *класическо* множество *X*, съдържащо *n* елемента. Тоест върховете на куба са стандартни (класически, неразмити) множества (Limberg, Seising 2009: 334). Мощността на основното (класическо) множество *X* се изобразява чрез върховете на хиперкуба.



Фигура 1



Фигура 2

Двумерният куб на фигура 1, респективно триизмерния куб на фигура 2, се състои от всички възможни размити подмножества на множеството *X*, което има два (фиг. 1) $\{x_1, x_2\}$ елемента (вж. Kosko 1990: 217), съответно три $\{x_1, x_2, x_3\}$ елемента (фиг. 2).

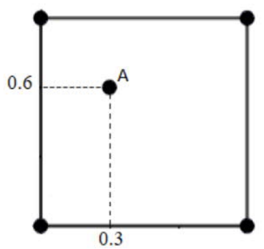
За Коско размитите множества представляват точки в единичния хиперкуб (вж. Ibid.: 216). Садег-Заде отбелязва (вж. Sadegh-Zadeh 2012: 208), че точка в n-мерно пространство се описва чрез n-орка $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ от числа, всяко от които е на своя координатна ос. Това означава, че в едно базово класическо множество $X=\{x_1, \ldots, x_n\}$, размитото подмножество $A=\{(x_1, a_1), \ldots, (x_n, a_n)\}$ се представя в хиперкуба чрез *вектора за принадлежност* $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$, чиито компоненти имат стойност, както вече отбелязах, от интервала [0, 1]. Например, ако базовото множество *X* е $\{x_1, x_2, x_3\}$ и негово размито подмножество е $A=\{(x_1, a_1), (x_2, a_2), (x_3, a_3)\}$ (Ibid.: 210), то вектора за принадлежност на *A* е (a_1, a_2, a_3). С други думи, компонентите на вектора са всъщност

[11] Фигурата е по вж. (Limberg, Seising 2009: 334).

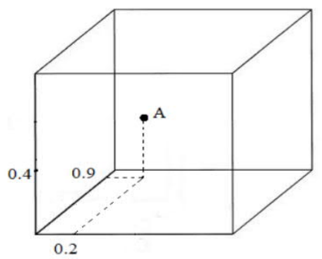
[12] Фигурата е почти идентична с тази в (Kosko 1990: 217).

стойностите на степените на принадлежност ($\mu_A(x_i) = a_i$) на x_1, x_2, x_3 към даденото размито множество А. Стойността на компонентите на вектора са в интервала [0, 1]. Нека да обобщя: всяка точка (без върховете, които са класически множества) в единичния хиперкуб е размито множество (Ibid.); функцията за принадлежност μ_A представя размитото множество А като n-мерен вектор $A = (\mu_A(x_1), \ldots, \mu_A(x_n))$ като $\mu_A(x_i) \in [0, 1]$ (Ibid.); с други думи – такава n-орка ($a_1, a_2, \ldots, a_n$) от числа се нарича вектор (Ibid.: 209).

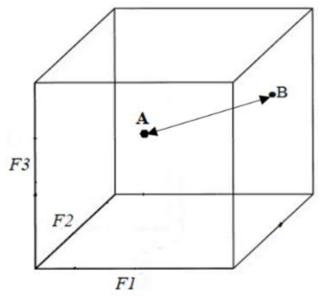
Ще разгледам пример, подобен на този, който представя Коско (Kosko 1990: 216–217). Нека имаме базово класическо множество *X*, съдържащо два елемента ($X=\{x_1, x_2\}$) и негово размито подмножество например $A=\{(x_1, a_1), (x_2, a_2)\}$ като $a_1=0.3$ и $a_2=0.6$. Тоест имаме: $A=\{(x_1, 0.3), (x_2, 0.6)\}$. Тук x_1 принадлежи на А до степен 0.3, а елементът x_2 принадлежи на А до степен 0.6. Казва се, че размитото множество А е репрезентирано от вектора за принадлежност (0.3, 0.6). Очевидно е, че въпросният вектор съдържа степените на принадлежност на обектите x_1 и x_2 към размитото множество А. В случая А е точка в хиперкуба I^2 (степента е 2, защото множеството *X* има два елемента). Съответно I^2 е единичен квадрат (квадрат с дължина 1) като $I^2=[0, 1]^2$ (вж. фигура 3).



Фигура 3



Фигура 4



Фигура 5

Ако например има базово класическо множество *X* с три елемента ($X=\{x_1, x_2, x_3\}$) и негово размито подмножество *A*, за което $A=\{(x_1, 0.2), (x_2, 0.9), (x_3, 0.4)\}$, то векторът за принадлежност на *A* ще е (0.2, 0.9, 0.4). Тъй като базовото множество *X* има три елемента x_1, x_2 и x_3, то ще се представи в триизмерен единичен хиперкуб. Този хиперкуб ще има 8 върхове ($2^3=8$), респективно три оси – x_1, x_2, x_3. Следователно (Limberg, Seising 2009: 334) размитото множество *A* ще е точка в триизмерен хиперкуб (фигура 4)[13] и ще има *координати* (0.2, 0.9, 0.4).

Ето още няколко примери за вектори за принадлежност: векторът (0.3) кореспондира на размитото множество $A=\{(x_1, 0.3)\}$; векторът (0.4, 0.1) – на размитото множество $B=\{(x_1, 0.4), (x_2, 0.1)\}$ и векторът (0.9, 0.7, 0) – на размитото множество $C=\{(x_1, 0.9), (x_2, 0.7), (x_3, 0)\}$. Това обаче означава, както вече обясних, че размитото множество *A* е подмножество на (класическо) множество (например *X*), съдържащо един елемент; *B* е подмножество на

[13] Този пример и фигура са подобни на представените в (Limberg, Seising 2009: 334).

множество с два елемента, а *C* – на множество с три елемента. Както Садег-Заде отбелязва, ако векторът има един компонент (например, както е при размитото множество *A*, което има само един елемент – 0.3), т.е. n=1, той (векторът) дефинира точка върху единичната линия [0, 1]. Когато (Sadegh-Zadeh 2012: 210) n = 2, като вектора на множеството *B*, той дефинира точка в единичния[14] квадрат $[0, 1]^2$ (вж. също фиг. 3); съответно векторът дефинира точка в единичния куб $[0, 1]^3$, ако n=3, както този на *C* (вж. също фиг. 4). Респективно, ако $n \geq 1$ векторът дефинира точка в единичния хиперкуб $[0, 1]^n$.

Нека сега да разгледаме и отношенията между едно размито множество и неговото отрицание. Ако например имаме размитото множество A=(1, 0.8, 0.4, 0.5), неговото отрицание (което, се пресмята[15] по представената по-горе формула за отрицание) е A^c=(0, 0.2, 0.6, 0.5). Тогава $A \cap A^c$=(0, 0.2, 0.4, 0.5), а $A \cup A^c$=(1, 0.8, 0.6, 0.5) (Kosko 1990: 217). За Коско една пропозиция *A* е размита тогава и само тогава, когато $A \cap A^c \neq \emptyset$ и $A \cup A^c \neq X$ (Ibid.: 218), където *X* е основното (класическо) множество, а $\emptyset$ е празното множество.

Как стои обаче въпросът за средната точка? По принцип средната точка в един хиперкуб I^n е максимално размита и всички нейни стойности за принадлежност са 0.5 (Ibid.: 216). Коско подчертава, че средната точка е единствената, която е еквивалентна на своето отрицание A^c, освен това за нея е в сила: $A = A \cap A^c = A \cup A^c = A^c$ (Ibid.).

Размитият хиперкуб в медицината

Според Лимберг и Сейсинг (Limberg, Seising 2009: 334) многомерните пространства са много подходящи за изобразяване на болестите, тъй като те представляват множества от симптоми, а самите симптоми принадлежат до някаква степен към съответната болест. Болестите, които имат сходни характеристики, могат да се представят в един и същи хиперкуб и респективно по този начин става възможно да се класифицират или да се сравняват чрез тяхното разстояние (Ibid.: 335). Освен това могат да се изказват твърдения, касаещи не само отношенията между определени болести, но и между болестите и възможни диагнози. Всяка точка в хиперкуба може да представлява дадена болест в определен момент; също може да се репрезентира и ефектът на дадена терапия и т.н. (Ibid.). Като точка в хиперкуба може да се представи също неизвестна болест, която да се съпоставя с вече известна и др., което е евристично и безпорно необходимо (особено във време, когато вирусите постоянно мутират в различни щамове). Следователно чрез размития хиперкуб може да се определи локацията на болестта, нейните характеристики, както и разстоянието между двойки болести (Sadegh-Zadeh 2012: 207).

Садег-Заде разглежда болестите като пространствени обекти в нозологичния хиперкуб респективно като *вектор за принадлежност* в размит хиперкуб $[0, 1]^n$ (Ibid.: 212). Ще опитам да обясня идеята на Садег-Заде (вж.

[14] Единичен – означава, че дължината е с размер 1.

[15] Подробно представяне и обяснение (с конкретни примери) за този вид изчисления съм дала в (Ангелова 2021).

Ibid.), резюмирайки неговите примери. Ако имаме размити множества *A* и *B*, които представляват конкретни болести, а именно A = {(F1, a_1), (F2, a_2), (F3, a_3)} и B = {(F1, b_1), (F2, b_2), (F3, b_3), техните вектори за принадлежност са (a_1, a_2, a_3) и съответно (b_1, b_2, b_3). Тук F1, F2 и F3 са характеристики или симптоми на болестта *A* и болестта *B* и графично представляват координатните оси на куба, а компонентите на векторите, както вече отбелязах по-напред в текста, са степените на принадлежност на симптомите към съответните болести. Тъй като характеристиките (F1, F2 и F3) са *три* на брой, то има *три* координатни оси, респективно е образуван *триизмерен* единичен хиперкуб. Болестите *A* и *B* са представени (вж. фигура 5) като две точки в този куб. Разбира се, те са поставени в един и същ куб, за да могат да се съпоставят, да се извършват различни геометрически анализи, сравнения между тях и т.н. Двойната стрелка (фигура 5) между двете точки изобразява геометричното разстояние между тях в хиперкуба (вж. Ibid.: 214). Садег-Заде подчертава, че това разстояние може да се измери чрез разстояние на Хеминг, Евклидово разстояние[16] и др. (Ibid.), но самият той предпочита първия начин на измерване. Разстоянието на Хеминг между A и B е: $dist(A,B) = \Sigma_i \,|\, a_i - b_i \,|$.

Ще конструирам един конкретен пример, за да демонстрирам как се пресмята разстоянието на Хеминг между две точки в триизмерен хиперкуб. На симптомите F1, F2 и F3 ще припишем конкретни стойности на степените им за принадлежност към размитите множества *A* и *B* (от фигура 5). Например нека на A = {(F1, a_1), (F2, a_2), (F3, a_3)} съответства A = {(F1, 0.2), (F2, 0.9), (F3, 0.4)}, а B = {(F1, b_1), (F2, b_2), (F3, b_3) да приеме стойности B = {(F1, 1), (F2, 0.5), (F3, 0.8). Как ще се пресметне Хеминг разстоянието по формулата, дадена от Садег-Заде? Векторът за принадлежност на *A* е (0.2, 0.9, 0.4), а на *B* е (1, 0.5, 0.8). Относно разглеждания пример разстоянието е: $dist(A,B) = |0.2 - 1| + |0.9 - 0.5| + |0.4 - 0.8| = |-0.8| + |0.4| + |-0.4| = 0.8 + 0.4 + 0.4 = 1.6$, т.е. Разстоянието на Хеминг между *A* и *B* е 1.6. С други думи, тук имаме сума на модули, като всеки от тях представлява разликата от стойността на i-тия елемент на вектора на *A* и стойността на i-тия елемент на вектора на *B*.

Богат арсенал от симптоми и степените им на принадлежност към различни болести могат да бъдат намерени в базата данни на Лимберг и Сейсинг (вж. Limberg, Seising 2009: 329). Ето няколко конкретни такива за илюстрация: *Грип* = {(болка, 0.8), (измореност, 1), (лезия, 0.8), (кашлица, 0.5),, *Астма* = {(болка, 0), (измореност, 1), (лезия, 0.3), (кашлица, 0.2),}, *Сърдечен удар* = {(болка, 0.7), (измореност, 0.8), (лезия, 1), (кашлица, 0), и други

Доказани са и други геометрични отношения между точките в един хиперкуб. Например, близостта (Sadegh-Zadeh 2012: 216) между точка *A* (в нашия случай – болест *A*) и точка *B* (болест *B*) в пространството е: $prox(A,B) = 1 - diff\ (A,B)$. Идеята на Садег-Заде е, че колкото по-близо в хи-

[16] Как се изчислява евклидовото разстояние (вж. Sadegh-Zadeh 2012: 215).

перкуба са две болести, толкова по-подобни те са, и обратно (Ibid.). Освен това в хиперкуба, колкото по-близо до прототипа на дадена болест *A* е едно (медицинско) състояние *B*, в което се намира човек, с толкова по-голямо основание може да се твърди, че то (това състояние) е болест.

Според Садег-Заде (вж. Ibid.) хиперкубът има инструментална функция по отношение на разсъжденията, отнасящи се до подобия в медицината, и би могъл да играе роля при релевантно диагностично-терапевтичното взимане на решения за даден случай.

Представеният подход обаче среща някои затруднения. Ако е налице болест, която се изразява (Ibid.: 217) по следния начин: A = {(F1, 0.5), (F2, 0.5), (F3, 0.5)}, нейното отрицание (допълнение) е A^c = {(F1, 0.5), (F2, 0.5), (F3, 0.5)}. В този случай, за съжаление, не може да се различи болестта A от A^c. По този начин резултатът е абсолютно неясен. Във връзка с визирания проблем Садег-Заде представя формулата[17] за ентропия (Ibid.):

$$\mathrm{ent}(X) = \frac{c\,(X \cap X^c)}{c\,(X \cup X^c)}$$

и обръща внимание, че ентропията на размито множество (ent(X)) е мярка за неговата неяснота. Той анализира също отношението между *ентропия* и *яснота* на размито множество (clar(X)), която се изразява чрез следната формула (Ibid.: 218): clar(X) =1−ent(X). В (вж. Ангелова 2021) съм обърнала внимание на потенциала на някои други некласически логики (като параконсистентната логика, парапълната логика, размитата релевантна логика) за разрешаване на визирания проблем.

Въпреки че размитите множества и размитият хиперкуб предоставят адекватни средства за извършване на прецизни изчисления, които могат да се използват в сферата на медицината, в много случаи те според мен не са достатъчни или се нуждаят от допълнителна интерпретация. Тези случаи не касаят единствено горепосочения проблем с ентропията, нито обичайните слабости на формалните и изчислителните методи. В действителност имам предвид проблема, известен в литературата като *неопределеност от по-висок ред*.

Размитата пропозиционална логика в медицината

Освен използването на размити множества и размит хиперкуб в областта на медицината според мен не е за подценяване и използването на размитата пропозиционална логика в тази сфера, както и нейното съчетание с други некласически логически подходи. В настоящия параграф ще се опитам да обоснова тази своя позиция.

В размитата пропозиционална логика се използват следните[18] логически оператори (Williamson 1994: 115-116): [p&q] = min{[p], [q]};

[p∨q] = max{[p], [q]}; [p⊃q] = 1 + min{[p], [q]} – [p]; [~p] = 1 – [p].

---

[17] **c**(D) е броят, големината на размитото множество D; представлява сума от стойностите за принадлежност на неговите елементи; конкретни примери съм дала в (Ангелова 2021: 194-195).

[18] Примери за пресмятане на истинностните стойности на пропозициите съм дала в (Ангелова 2021).

Лимберг и Сейсинг отбелязват, че да се чувства човек болен и да се чувства здрав са само две от много възможни здравословни състояния (Limberg, Seising 2009: 325). Последното се дължи на това, че *болест* и *здраве* не са контрадикторни понятия (според дефиницията[19] на СЗО). В този ред на мисли те (Ibid.: 324) анализират идеите на Садег-Заде, който дефинира здравословното състояние на човек като лингвистична променлива по следния терминологичен начин: $T_{здравословно\_състояние}$ = {добро, не добро, много добро, зле (болен), не зле, . . . }. В предходните параграфи видяхме, че чрез средствата на теорията на размитите множества и чрез размития хиперкуб е възможно тези състояния да получат числови стойности и графични изображения, благодарение на които да се сравняват, оценяват, да се изказват различни твърдения за тях от обективен характер.

В размитата теория на множествата се използват размити степени на принадлежност на елемент към множество, докато в размитата пропозиционална логика твърденията (пропозициите) се оценяват с размити стойности. Последните са особено полезни за изразяване логическото значение на пропозиции, които включват неопределени понятия (в т.ч. предикати). Пропозицията *a* (денотира например пропозицията „човекът *x* е здрав“, където *здрав* е неопределен предикат) може да приема стойности от интервала [0,1]. Ако човекът *x* със сигурност е здрав , то v(a)=1. Ако обаче е по-малко здрав v(a)=0.9 и т.н. – степените на истинност на твърдението могат да намаляват в зависимост от здравословното състояние на *x*.

По принцип използването на неопределени понятия (като в случая с понятията[20] *болен* и *здрав*) води до получаването на т.нар. *сорит парадокси*[21]. Тук няма да ги разглеждам детайлно, а само ще дам пример с неопределения предикат *здрав*. Ако пропозицията *a* означава „x е здрав“ и следователно има истинностна стойност 1, то при леко отклонение от това състояние се приема, че *x* също е здрав. Използвайки многократно *толерантния принцип* или *толерантната стъпка*, т.е. че малките изменения всъщност не водят до реални промени, се достига до заключение, че въпреки малките (почти незабележими) изменения, приложени обаче многократно, не се променя състоянието на човека *x*, т.е. истинностната стойност на пропозицията *a* си остава 1. Това, разбира се, не е така – в резултат на многократните (дори и малки) изменения в здравословното състояние на *x*, той вече не е здрав, т.е. „x е здрав“ има истинностна стойност 0 (лъжа). Ще демонстрирам как логически се представя този парадокс. Нека имаме следната редица от пропозиции:

$a_1, a_1 \supset a_2, a_2 \supset a_3 \ldots\ldots, a_m \supset a_n, a_n$

---

[19] Според дефиницията на СЗО *здравето* е „състояние на пълно физическо, психическо и социално благополучие, а не просто отсъствие на болест или недъг“ (Limberg, Seising 2009: 323)

[20] В този параграф ще се абстрахирам от различните дефиниции на понятията *здрав* и *болен* и ще се фокусирам единствено върху разглеждания проблем – *неопределеността от по-висок ред.*

[21] За същността на тези парадокси вж. (Ангелова 2011: 121-153).

В най-левия край е пропозицията a_1, която означава „x е здрав“ и следователно има истинностна стойност 1. Извършват се серия от логически трансформации чрез правилото *модус поненс* (MP)[22] и се достига до извода, че пропозицията в най-десния край на редицата a_n има стойност 1, а всъщност тази пропозиция е неистина (лъжа), т.е. има стойност 0. Оттук се получава и парадоксът.

Как се разрешава този вид парадокс чрез средставата на размитата логика? По този въпрос съм писала на много места[23], затова тук ще обясня накратко. Привържениците на размитата логика интерпретират сорит редицата по следния начин: първата пропозиция (най-вляво) има истинностно значение 1, а логическите стойности на останалите пропозиции (приписват им се размити стойности) от ляво надясно постепенно намаляват, докато в края (най-вдясно) на сорит редицата последната пропозиция вече има стойност 0. Аргументът се интерпретира като валиден, но некоректен, защото не всички предпоставки са абсолютно истинни (вж. Paoli 2003: 365).

Основната критика срещу подхода на размитата логика е, че не улавя точния момент, когато се извършва реален преход от едно състояние към друго (тъй като при тази интерпретация истинността на пропозициите постепенно намалява). В случая няма да анализирам самия парадокс, а основателността на визираната критика. Защото според мен тя има отношение и към разглеждания проблем за неопределените понятия в медицината. В частност – как и къде със средствата на размитата логика може все пак да се фиксира този преход, в случая имам предвид прехода от състоянието *здрав* към състоянието *болен*.

При анализа и избора на подходящ логически апарат за справяне с проблема за неопределеността, който води до сорит парадокси, е необходимо да се анализират и интерпретират почти неразличими състояния. За целта нека разгледаме следната редица:

$A_1, A_2, A_3, A_4, \ldots, A_к \ldots\ldots A_n, A_{n+1}, A_{n+2}, \ldots, A_r$

Тук A_i означава „x_i е P“, като P е неопределен предикат, например *здрав*. В случая редицата представя пропозиции относно здравословното състояние на човека *x*, като A_1 има стойност истина, т.е. „x е здрав“ има истинностна стойност 1. Всяка следваща пропозиция от редицата се характеризира с това, че истинността ѝ постепенно намалява, като при A_r е вече 0. Всяка от пропозициите (без първата и последната) притежават размити стойности.

За разлика от привържениците на логическите подходи, които приемат, че има един точно определен граничен случай, в който се осъществява преходът от едно състояние в друго (и тази пропозиция има стойност „неопределено“), аз считам, че е налице цял интервал[24] от такива неопределени,

[22] MP: Първа предпоставка a_1; втора предпоставка $a_1 \supset a_2$ (толерантна стъпка); заключение a_2. В сорит редицата тази процедура се повтаря многократно.

[23] Например (вж. Ангелова 2011: 124–132).

[24] Този интервален подход за първи път съм предложила в (Ангелова 2020: 25–30), но тук ще го представя във връзка с приложимостта му (според мен) в медицината.

гранични случаи. С други думи, според мен първите леки промени в здравословното състояние на един човек трябва да бъдат денотирани от цял интервал (първи интервал в редицата) от размити пропозиции (например от A_1 до $A_к$), за които е характерно, че истинносттта намалява, но все още не са налице достатъчно основания да се твърди, че човекът вече не е здрав. Тоест, въпреки въпросните малки промени, здравословното състояние на човека все още може да се интерпретира като *здрав*. Той е здрав не само, когато „x е здрав“ има логическа стойност 1, но и когато тя е например 0.98, 0.87 и т.н. (цял интервал от близки истинностни значения). Според мен в реалната практика лекарите често регистрират малки, дори незначителни промени в здравословното състояние на пациента, но въпреки тях все още са склонни да приемат, че той е здрав.

След този първи интервал считам, че е налице отново цял интервал от случаи (не един единствен случай или момент), в които състоянието може да се интерпретира като неопределено. Тук основанията ми са, че както при стойност 0.5 на пропозицията „x е здрав“, се сблъскваме с неопределеност (не може да се прецени човекът дали е здрав или болен), то същото може да се каже и ако пропозицията има стойност 0.541, 0.458 и т.н. (могат да се изредат множество такива близки стойности, които не допринасят за определянето – в случая диагностицирането – на здравословното състояние на човека). Относно тези случаи е възможно да се твърди, че пациентът е на границата между състоянията *здрав* и *болен*. Тук възниква следният въпрос, касаещ проблема, известен като *неопределеност от по-висока степен*, а именно – все пак къде се извършва преходът от единия интервал към другия?

Според мен[25] всеки член от първия интервал трябва да се сравнява с първия, абсолютно истинен случай, и последния (абсолютно неистинен) случай в редицата до момента, в който истинностната стойност на дадената пропозиция започва да изглежда неопределена (т.е. относно здравословното състояние на човека *x* не може да се твърди, че той е здрав, но не може да се твърди, че той е и болен). Този момент (или член на редицата) е първият член на втория, граничния интервал от неопределени пропозиции (случаи). На всяка от тези пропозиции в средния (граничен, преходен) интервал трябва според мен да се припише истинностна стойност V (неопределеност[26]), независимо че в редицата те си имат конкретни размити стойности. Всеки следващ член от този граничен интервал трябва да се сравнява[27] отново с първия абсолютно истинен и последния абсолютно неистинен член на редицата, за да стане възможно фиксирането на последния член на този среден интервал (вж. Ангелова 2020: 27). След този интервал от неопределени пропозиции следва цял интервал от пропозиции (трети интервал), чиито истинностни стойности са размити и за които можем да твърдим, че се приближават към оценяване на твърдението „x е здрав“ като неистинно. С

[25] Повече подробности за основанията ми съм дала в (Ангелова 2020).
[26] От *vagueness*.
[27] Може да се сравнява и само с последния абсолютно неистинен член на редицата.

други думи, в първия интервал приписваме на пропозициите размити стойности и въпреки че истинността намалява (минимално) все още може да се приеме, че човекът *x* е здрав (макар и по-малко здрав от предходното състояние). В граничния (втори, среден) интервал, въпреки че пропозициите имат конкретни размити стойности, може да ги интерпретираме като неопределени поради изложените вече причини. Отделно малките разлики в истинностните стойности на пропозициите (респективно в състоянията, които денотират) не водят до категорична промяна на състоянието на човека *x* и съответно тези пропозиции могат да се интерпретират като неопределени. В третия интервал (след граничния) – пропозициите имат отново само размити стойности и указват, че постепенно логическата стойност на пропозициите намалява към 0 (към лъжа). Когато се извършва тази процедура по фиксиране на интервалите (диапазоните), не трябва да се извършва сравнение със съседния случай в редицата, както отбелязва Еджингтън (вж. Edgington 2010: 91), защото два съседни случаи са почти неразличими и респективно ще е невъзможно да се направи разлика. Затова считам, че сравнението[28] на всеки член от редицата трябва да е с първия абсолютно истинен случай и последния абсолютно неистинен случай.

За пресмятане истинностните значения на пропозиции, съдържащи неопределени медицински понятия от разглеждания по-горе вид, подлежащи на интерпретация чрез представения интервален подход (който всъщност е *хетерогенен*, защото представлява съчетание на размита и тризначна логика), предлагам няколко семантични таблици (таблици 1, 2, 3). Визираните таблици конструирах и представих на друго място (вж. Ангелова 2020: 28) във връзка с по-общите проблеми за неопределеността и сорит парадоксите, но считам, че са подходящи и за анализираните тук случаи.

Таблица 1

→	1	V	0	(0,1)
1	1	0	0	FZ
V	1	0	0	0
0	1	0	1	FZ
(0,1)	FZ	0	FZ	FZ

Таблица 2

∧	1	V	0	(0,1)
1	1	V	0	FZ
V	V	V	0	0
0	0	0	0	FZ
(0,1)	FZ	0	FZ	FZ

Таблица 3

∨	1	V	0	(0,1)
1	1	1	1	FZ
V	1	0	0	0
0	1	0	0	FZ
(0,1)	FZ	0	FZ	FZ

Обяснение за това как да се интерпретират представените в таблиците логически оператори съм дала в (Ангелова 2020). Тук само ще отбележа, че V означава *неопределено*; 0 – е лъжа; 1 – истина; (0,1) – реалните числа (размити стойности) в интервала (0,1), т.е. без 0 и 1 (които са, както се вижда, изведени в отделни графи); FZ (съкращение на *fuzzy*) обозначава, че логическите

[28] За разлика от Еджингтън, която предлага сравнението да се извършва с първия член на редицата (вж.Edgington 2010: 91), моята позиция е, че трябва едновременно да се извършва сравнение както с първия, така и с последния член.

стойности на пропозициите се пресмятат по стандартния за размитата логика начин. Относно отрицанието не съм конструирала конкретна таблица, защото го интерпретирам по същия начин, както в размитата логика. Единственото допълнение, което предлагам, касаещо оператора за отрицание е: когато дадена пропозиция има стойност V (*неопределено*), то и нейното отрицание също е V. По принцип логическите отношения, изразени в тези семантични таблици, подлежат на допълнителни изследвания. Като цяло тези таблици са необичайни, но според мен „улавят“ интуициите, които „стоят“ зад интервалната интерпретация[29]. Те представят един от (вероятно много) възможните варианти за приложение на размитата логика при оценяването на неопределени пропозиции, базирани на този интервален логически подход.

Визираният подход и представената интерпретация според мен са особено подходящи в случаите, когато лекарят сваля анамнеза на пациента и на базата на неговите твърдения за проявлението или за степента на силата на дадени симптоми, които обикновено са субективни, се старае да прецени здравословното състояние на пациента. Дори пациентът да се опита да ги определи и ранжира чрез числови характеристики, той едва ли ще е в състояние да го направи абсолютно прецизно. Затова интервалният подход в такива случаи ми изглежда уместен. Тъй като определянето на степента на силата на симптомите от пациента е субективно, ако то е подценено – може да не се диагностицира правилно неговото здравословно състояние. Освен това е трудно да се определи с размити стойности (т.е. с реални числа) каква е степента или силата на проявление на тези сиптоми при дадения пациент. В тази връзка считам, че е резонно да има диапазон (в средата на редицата, която анализирах по-напред), при който от дадена стойност до дадена стойност състоянието е тревожно, неопределено, не може точно да се диагностицира или е налице висока степен на колебливост при диагностицирането. Освен това не е особено практично да се твърди единствено, че логическата стойност на пропозиция, отнасяща се до здравословното състояние на даден човек, т.е. „х е болен“ (или „х е здрав“) е например 0.834. Необходимо е, както стана дума, да се определи къде съществено (в редицата) се променя състоянието (на пациента), за да има реално значение при диагностицирането и респективно при терапията. Тоест, редно е да се използва механизъм, който да дава отговор на въпроса в кой диапазон от размити истинностни стойности ще се приема, че зравословното състояние не е добро (т.е. че човекът е болен), в кой диапазон може да се приеме, че той е здрав и в кой, че е на границата между двете състояния (т.е. това състояние е неопределено). Такъв именно е визираният хетерогенен подход[30]. Тук, разбира се, може да се приложи и тризначна логика[31], но няма да се спирам на нея, защото целта на настоящата статия е да се анализират възможностите за

[29] И имат капацитета да допринесат за разрешаване на сорит парадокса (вж. Ангелова 2020: 28–30).

[30] Повече за него и за други подходи вж. (Ангелова 2020).

[31] Такова предложение съм направила в (Ibid.: 30-31).

приложение на размитатата логика, евентуално в съчетание с други логически подходи, в полето на медицината и медицинската семантика.

Според мен чисто методологически хетерогенният подход е приложим в медицината не само по отношение на разгледаните неопределени пропозиции и анализираните случаи (като проследяването на здравословното състояние на конкретен човек във времето), но също и по отношение на други неопределени понятия и пропозиции, респективно състоянията, които те денотират, от това специализирано поле. Такива биха могли да бъдат: сила на изявеност на симптоми; наличие на симптоми и до каква степен са налични; до каква степен са определящи за дадена болест; успеваемост на дадена терапия при определен пациент – кога започва да дава резултати или напротив – да намалява нейната успеваемост (ако целта е тези моменти да бъдат „уловени“ и по някакъв начин включени в логически трансформации) и други.

Независимо че болестите са сбор от симптоми, както по-рано в текста стана дума, и че чрез размитата теория на множествата може да се укаже до каква степен даден симптом се причислява към определена болест, то все пак съществува проблем. Причината е, че първо е трудно да се определи например, че един симптом принадлежи към дадена болест до някаква абсолютно точно определена степен (например 0.2342), а и дори да се определи – тази абсолютна прецизност едва ли ще има някакво съществено значение (вероятно няма да повлияе осезателно например при класификацията на болестите и други).

От методологическа гледна точка считам, че болестта не е прост сбор от различни симптоми, което според мен има отношение и към проблема за идентичността. Ако се разглежда единствено като (прост) сбор от симптоми, то тази позиция[32] влече съответните положителни и отрицателни следствия. По мое мнение тази трактовка е подходяща при диагностициране, което се извършва чрез специализирана апаратура, интернет приложения (при дистанционно диагностициране), използване на компютърни бази данни (съдържащи симптоми на болести) и др., но не винаги е адекватна по отношение класификацията на болестите и диагноститицирането в реална среда, особено при липса на прецизна апаратура. Според мен методологически, болестта е резонно да се интерпретира по следния начин: състои се (метафорично казано[33]) от „ядро“ от основни симптоми и такива, които не са от първостепенно значение за идентифицирането ѝ (отнасят се към „периферията“ ѝ). Склонна съм да допусна, че за някои симптоми не може да се определи с категоричност дали са съществени или несъществени за дадена болест, затова те биха могли да се отнесат към „пояс“ от симптоми, който (абстрактно погледнато) е разположен между „ядрото“ и „периферията“. В тази връзка ми се струва, че интервалният подход би могъл да бъде целесъобразен при определянето дали (с какви истинностни стойности) даден

[32] Някои логически проблеми, свързани с идентичността съм разгледала в (Angelova 2013).

[33] Това е препратка към терминологичния език на Лакатош (Лакатош 1983).

симптом може или не може да се причисли към ядрото от основни симптоми на определена болест, т.е. при какъв диапазон от истинностни стойности може да се приеме, че даден симптом спада към ядрото и респективно при какъв диапазон (от истинностни стойности) се причислява към „пояса“ или „периферията“. Представената интерпретация на този етап е само една хипотеза, която се нуждае от по-задълбочени анализи и изследвания.

Относно този проблем размитата теория на множествата също може да предложи логически средства, чрез които с функцията за принадлежност да се определи кои симптоми (по-точно – при какви стойности на степените за принадлежност) са в „ядрото“ от основни симптоми и кои не са достатъчно характерни (когато степента за принадлежност е по-малка) и т.н. За да са „натоварени“ с някакъв смисъл тези числови стойности и да предоставят полезна информация, съм на мнение, че е необходимо да бъдат определени диапазони относно стойностите на степените за принадлежност. Като цяло са възможни различни модели за представяне на отношението между основни и нетипични, несъществени характеристики на дадена болест чрез средствата на размитата логика и размитите множества.

В настоящата статия представих основни аспекти на ролята на размитата логика, размитата теория на множествата и размития хиперкуб в полето на медицината. Размитата теория на множествата и размитата логика имат ценна методологична роля при извършване на сравнения между болести, съпоставяне на здравословното състояние на различни пациенти или на един и същи пациент във времето, анализиране успеваемостта на терапии и др. Те имат важно значение и по отношение на медицинската лингвистика, а именно при: уточняването на медицински понятия; адекватното изразяване на неопределени (в т.ч. гранични) случаи; класифицирането на медицинските понятия и др. В тази връзка предложих хетерогенен логически подход, базиран в голяма степен на размитата логика, за интерпретиране и преодоляване на някои проблеми от медицинската семантика. Основен акцент в статията беше поставен и върху представянето на инструменталната функция на размития хиперкуб при геометричната интерпретация на болестите и на различни медицински състояния.

Като цяло размитата логика и размитата теория на множествата предоставят богата почва за интердисциплинарни изследвания между специалисти по медицина, логици, математици, методолози на науката и други. Полето е широко за задълбочени и конструктивни изследвания, които могат да допринесат за по-прецизното представяне на болестите и за адекватното интерпретиране на медицинските понятия.

ЛИТЕРАТУРА

Ангелова, Д. 2011. *Възможните и невъзможните светове в съвременната логика*. София: Изд. Звезди.

Ангелова, Д. 2020. Некласическите логики и сорит парадоксите // *Философски алтернативи*, №6, 15–33.

Ангелова, Д. 2021. За някои приложения на размитата логика и размитите множества в сферата на медицината // *Философски алтернативи*, №3, 186–198.

Лакатош, И. 1983. *Доказателства и опровержения*. София: Изд. Наука и изкуство.

Angelova, D. 2013. Identity Paradoxes and Their Relationship to Sorites Paradoxes" // *Philosophical Alternatives*, № 6, 70–77.

Edgington, D. 2010. Sorensen on Vagueness and Contradiction // Dietz, R.&Moruzzi, S. (eds). *Cuts and Clouds. Vagueness, its Nature and its Logic*. Oxford: Oxford University Press, 91–106.

Kosko, B. 1990. Fuzziness vs. Probability// *International Journal of General Systems*, vol.17, 211–240.

Limberg,L., Seising, R. 2009. Fuzzy Set Theory and the Philosophical Foundations

of Medicine // Seising, R. (Ed.). *Views on Fuzzy Sets and Systems from Different Perspectives* (Studies in Fuzziness and Soft Computing, Volume 243). Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg., 321–344.

Paoli, F. 2003. A Really Fuzzy Approach To The Sorites Paradox // *Synthese* 134: 363–387.

Sadegh-Zadeh, Kazem. 2012. *Handbook of Analytic Philosophy of Medicine*. Springer. Dordrecht, Heidelberg, London, New York.

Williamson, T. 1994. *Vagueness*. London: Routledge.

Zadeh, L.A. 1965. Fuzzy Sets//*Information and Control*. vol.8, issue 3, 338–353.

Zadeh,L.A. 1971. Toward a theory of fuzzy systems // Kalman, R.E and DeClairis, R.N (Eds.). *Aspects of Networks and Systems Theory*. New York: Holt, Rinehart & Winston, 469–490.

ТРАНСЛИТЕРИРАНА ЛИТЕРАТУРА

Angelova, D. 2011. Vazmozhnite i nevazmozhnite svetove v savremennata logika. Sofia: Izd. Zvezdi.

Angelova, D. 2020. Neklasicheskite logiki i sorit paradoksite. // Filosofski alternativi, №6, 15–33.

Angelova, D. 2021. Za nyakoi prilozheniya na razmitata logika i razmitite mnozhestva v sferata na meditsinata // Filosofski alternativi, №3, 186–198.

Lakatosh, I. 1983. Dokazatelstva i oproverzheniya. Sofia: Izd. Nauka i izkustvo.